CONCOURS EDHEC

CONCOURS PRE MASTER

SAMEDI 10 AVRIL 2021

EPREUVE D'ECONOMIE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

Aucun document ou matériel électronique n'est autorisé.

Le sujet comporte 3 parties

Consignes

Essayez de répondre de manière aussi précise et concise que possible aux questions. Evitez les longues digressions. Chaque résultat doit être accompagné d'une phrase d'explication.

A l'issue de chaque composition écrite, tout candidat est tenu sous peine d'élimination, de remettre au surveillant une copie (même blanche, qui sera alors signée). La seule responsabilité du candidat est engagée dans le cas contraire. Tout candidat sortant avant la fin des épreuves doit obligatoirement remettre le sujet en même temps que sa copie.

Partie 1 :

1. Supposons que la fonction de production de l'économie soit de la forme :

$$Q = K^{0,25}L^{0,25}$$

Q est la production, K le capital et L le travail. Il n'existe que deux entreprises dans l'économie. L'entreprise 2 est plus mécanisée que l'entreprise 1, avec :

$$K_1 = 16 \qquad \text{et } K_2 = 625$$

1.1. Déterminez la fonction de production de chaque firme.

1.2. Supposons que la main-d'œuvre totale disponible dans cette économie soit donnée par L = 100. A quoi est égal le niveau de production de l'économie si la main-d'œuvre se répartit de manière égale entre les 2 firmes ?

1.3. Pourquoi la situation précédente n'est-elle pas optimale ?

1.4. Déterminez l'allocation optimale de l'offre de travail entre les 2 firmes.

1.5. En pratique, comment parvient-on à cette situation dans un marché concurrentiel ?

Partie 2 :

2. Supposons que les contraintes productives d'une économie soient résumées dans les 3 équations suivantes :

- Fonction de production de tulipes : $Q_t = L_t^{0,5}$
- Fonction de production de voitures : $Q_v = L_v^{0,5}$
- Quantité maximale de travail disponible (somme du travail dans chacun des 2 secteurs) : $L = L_t + L_v = 2000$

Q_t et Q_v sont les quantités de tulipes et voitures respectivement.

2.1. Déterminez la courbe de transformation, puis représentez-la graphiquement.

2.2. Déterminez la formule générale du taux marginal de transformation. Donnez-en une interprétation précise, puis montrez qu'il croît à mesure que l'économie choisit de produire des tulipes.

2.3. Supposons que les préférences des consommateurs de l'économie soient résumées dans la fonction d'utilité suivante :

$$U(C_t, C_v) = C_t^{0,5}\, C_v^{0,5}$$

C_t et C_v désignent respectivement les quantités de tulipes et de voitures consommées. Nous nommerons P_t et P_v les prix unitaires des tulipes et voitures respectivement.

Nous sommes dans une économie fermée où l'on ne peut consommer que ce que l'on produit. Déterminez l'équilibre général de cette économie.

2.4. Illustrez graphiquement la détermination de cet équilibre.

2.5. Calculez les quantités de travail utilisées à l'équilibre.

2.6. A quel niveau se fixe le rapport des prix des 2 biens à l'équilibre ?

2.7. Calculez l'utilité des consommateurs à l'équilibre.

<u>Partie 3</u> :

3.1. Supposons que la fonction de coût marginal d'une firme fabriquant des bibelots soit donnée par :

$$Cm = 4q$$

Le prix unitaire du bien est de 20€. Le marché est concurrentiel.

3.1.1 Quelle quantité de bibelots l'entreprise va-t-elle produire ?

3.1.2 Supposons que la production de ces bibelots génère une externalité négative (pollution). Une étude a montré que la fonction de coût marginal social de cette activité est en fait $Cm^* = 5q$. Quel est le niveau de production socialement optimal si le prix de marché reste le même ?

3.1.3 Quel est le montant de la taxe unitaire que le gouvernement peut imposer pour atteindre cet optimum ? Représentez graphiquement vos résultats.

3.2. Supposons que l'industrie pétrolière d'un pays soit dans une situation concurrentielle. Toutes les firmes tirent leur pétrole d'un seul et même gisement (avec des ressources illimitées pour simplifier). Chaque firme creuse un puits et peut vendre ce qu'elle produit au prix mondial de 10€ le baril. Le coût fixe annuel pour l'extraction du pétrole est de 1000€ par puits. La production totale annuelle (Q) de barils de pétrole est une fonction du nombre de puits (N) qui sont creusés. On admet la fonction suivante :

$$Q = 500N - N^2$$

3.2.1 Trouvez une expression de la quantité de pétrole produite par chaque puits (q).

3.2.2 Déterminez le nombre de puits et la production totale lorsque le marché se fixe à l'équilibre.

3.2.3 Existe-t-il une divergence entre le coût privé et le coût social du pétrole ?

3.2.4 Supposons que le gouvernement nationalise l'industrie. Combien de puits devrait-il mettre en route selon vous ?

3.2.5 Supposons que le gouvernement choisisse d'imposer une licence payante par puits pour décourager l'excès de production. A quel niveau devrait-il fixer le prix de cette licence pour atteindre l'optimum ?

[redacted]

Cadre réservé au correcteur

Notes en chiffres 20

Note en lettres vingt

Signature

N° de CANDIDAT

à reporter lisiblement par le candidat

12050

EPREUVE DE Économie

(pour les épreuves de langues précisez la langue choisie)

Réservé à la correction

Partie 1:

1) Fonction de production de chaque firme:

On a: $Q = K^{0,25} L^{0,25}$

Ainsi on obtient:

Pour la firme 1: $Q_1 = 16^{0,25} L^{0,25} \Leftrightarrow \boxed{Q_1 = 2L^{0,25}}$

Pour la firme 2: $Q_2 = 625^{0,25} L^{0,25} \Leftrightarrow \boxed{Q_2 = 5L^{0,25}}$

2) Niveau de production de l'economie si la main d'oeuvre est equi-repartie:

$\frac{L}{2} = \frac{100}{2} = 50$. Ainsi, chaque entreprise dispose de 50 unites de travail. Ainsi:

$Q_1 = 2 \times 50^{0,25}$ et $Q_2 = 5 \times 50^{0,25}$

Ainsi le niveau de production de l'économie serait de :

$Q = Q_1 + Q_2 \Leftrightarrow \boxed{Q = 7 \times 50^{0,25}}$

Réservé à la correction

[redacted]

NE RIEN INSCRIRE DANS CE CADRE

Réservé à la correction

3) Non-optimalité de la situation précédente :

01

La situation précédente n'est pas optimale puisqu'elle ne maximise pas la production de l'économie. En effet, la firme 2 disposant de plus de capital, il semblerait logique de lui accorder une plus grande quantité de facteur travail afin de maximiser la production globale.

4) Allocation optimale de l'offre de travail :

Il s'agit de résoudre le problème suivant :

$$\begin{cases} \underset{(L_1;L_2)}{\text{Max}} & 2L_1^{0,25}+5L_2^{0,25} \\ s/c & L_1+L_2=100 \end{cases}$$

Le Lagrangien associé à ce programme se note (avec λ un réel) :

$$\mathcal{L}(L_1;L_2;\lambda) = 2L_1^{0,25}+5L_2^{0,25}+\lambda(100-L_1-L_2)$$

Les conditions de premier ordre à l'obtention d'un maximum sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_1}=0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_2}=0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}L_1^{-\frac{3}{4}} = \lambda & (1) \\ \frac{5}{4}L_2^{-\frac{3}{4}} = \lambda & (2) \\ 100 = L_1+L_2 & (3) \end{cases}$$

Réservé à la correction

En égalisant ① et ② :

$$\frac{1}{2} L_1^{-\frac{3}{4}} = \frac{5}{4} L_2^{-\frac{3}{4}} \Leftrightarrow L_2^{\frac{3}{4}} = \frac{5}{2} L_1^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow L_2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{3}} L_1$$

Ainsi, en remplaçant dans ③ :

$$100 = L_1 + \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{3}} L_1 \Leftrightarrow \boxed{L_1 = \frac{100}{1+\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{3}}}}$$

On obtient alors : $L_2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{3}} \frac{100}{1+\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{3}}} \Leftrightarrow \boxed{L_2 = \frac{100}{1+\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}}}$

0,5

5) Pour parvenir à cette situation dans un marché concurrentiel, les entreprises vont chercher à maximiser leurs profits, ce qui reviendra à égaliser le prix de marché (exogène) et leur coût marginal. Ainsi, les allocation de facteurs seront socialement optimales.

Partie 2 :

1) Courbe des transformations :

On a : $\begin{cases} Q_t = L_t^{0,5} \\ Q_v = L_v^{0,5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L_t = Q_t^2 \\ L_v = Q_v^2 \end{cases}$

Ainsi, en remplaçant dans la contrainte de facteur travail :

$$Q_t^2 + Q_v^2 = 2000 \Leftrightarrow Q_v^2 = 2000 - Q_t^2 \Leftrightarrow \boxed{Q_v = (2000 - Q_t^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Étude de fonction :

$$Q_v'(Q_t) = \frac{1}{2}(-2Q_t)(2000-Q_t^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{-Q_t}{(2000-Q_t^2)^{\frac{1}{2}}} \leq 0 \quad (Q_t^2 \leq 2000)$$

↳ la fonction est décroissante

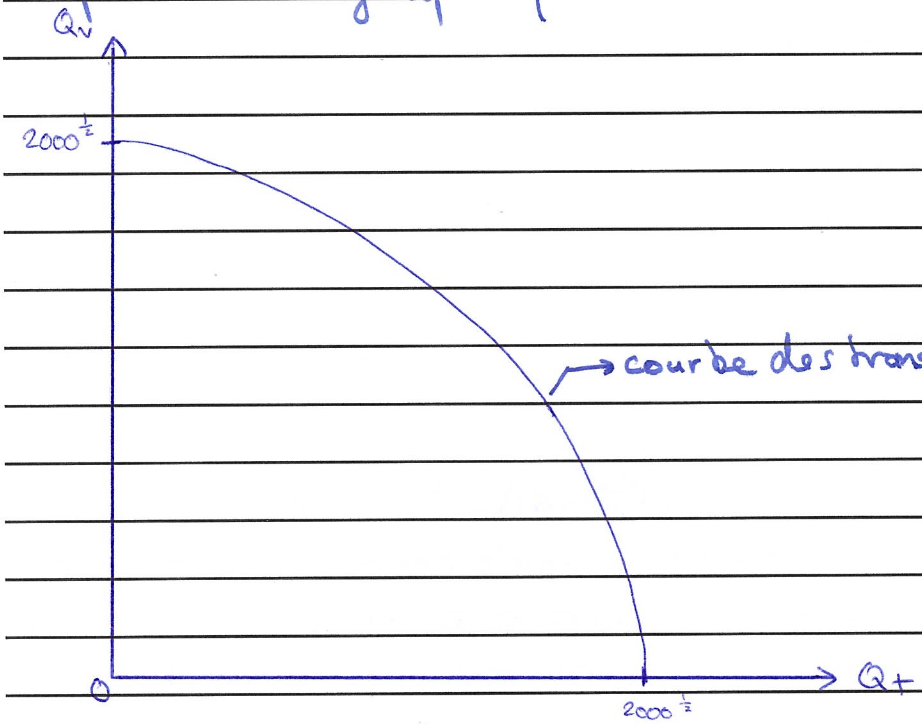
$$Q_v''(Q_t) = \frac{-(2000-Q_t^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{Q_t^2}{(2000-Q_t^2)^{\frac{1}{2}}}}{(2000-Q_t^2)} = \frac{-Q_t^2 - 2000 + Q_t^2}{(2000-Q_t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{-2000}{(2000-Q_t^2)^{\frac{3}{2}}} < 0$$

↳ la fonction est concave

Réservé à la correction

Représentation graphique :



2) Taux marginal de transformation :

Le taux marginal de transformation est donné par la formule suivante :

$$\left|\frac{\partial Q_v(Q_t)}{\partial Q_t}\right| = \left|\frac{-Q_t}{(2000-Q_t^2)^{\frac{1}{2}}}\right| = \frac{Q_t}{(2000-Q_t^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Ce taux correspond à la pente (en valeur absolue) de la tangeante à la courbe des transformations. Ainsi, on comprend que pour augmenter la production de tulipe d'une unité, il faudrait diminuer la production de voitures de ce que nous donnerait cette pente en fonction de Q_t.

$TMT'(Q_t) = \frac{2000}{(2000-Q_t^2)^{\frac{3}{2}}} > 0 \rightarrow$ le TMT est croissant de la production de tulipe

3) Equilibre général de l'économie :

Le programme des consommateurs est :

$$\begin{cases} \max\limits_{(C_t;C_v)} C_t^{0,5} C_v^{0,5} \\ s/c \quad Q_v^2 + Q_t^2 = 2000 \end{cases}$$

(or, à l'équilibre on doit avoir $Q_v = C_v$ et $Q_t = C_t$).

Réservé à la correction

~~À l'optimum du consommateur~~,

Ainsi, le programme devient :

$$\begin{cases} \underset{(C_V;C_T)}{\text{Max}} & C_T^{0,5} C_V^{0,5} \\ s/c & C_V^2 + C_T^2 = 2000 \end{cases}$$

Le Lagrangien associé à ce programme ~~se~~ se note :

$$L(C_T;C_V;\lambda) = C_T^{0,5} C_V^{0,5} + \lambda(2000 - C_V^2 - C_T^2)$$

Les conditions de premier ordre à l'obtention d'un maximum sont

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial C_V} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial C_T} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2C_V^{0,5}} = \lambda 2C_V & (1) \\ \frac{1}{2C_T^{0,5}} = \lambda 2 C_T & (2) \\ 2000 = C_V^2 + C_T^2 & (3) \end{cases}$$

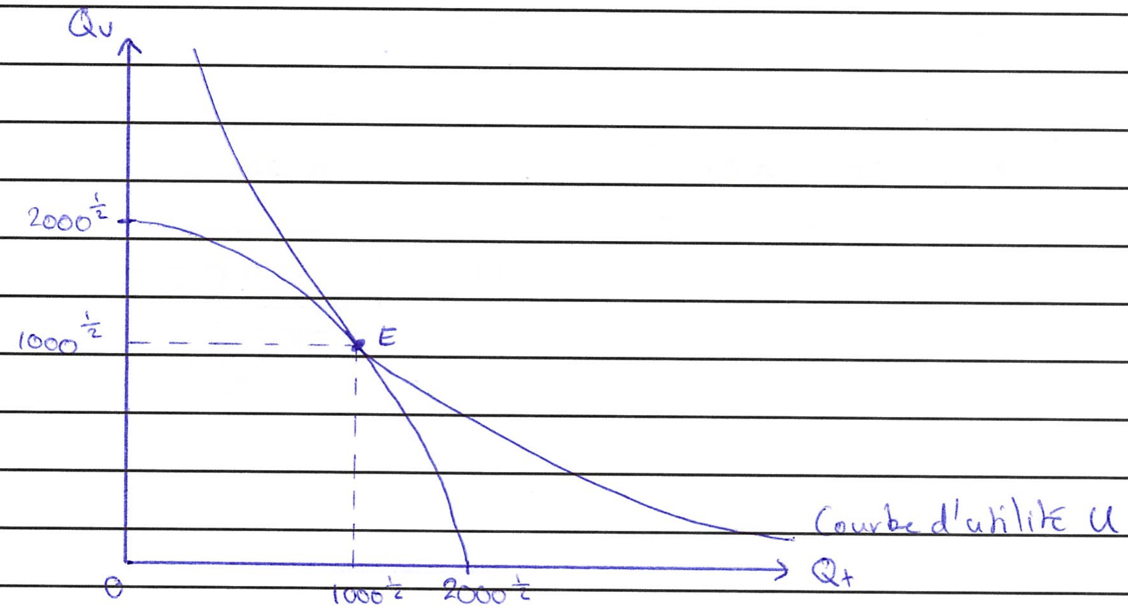
$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{C_T^{0,5}}{C_V^{0,5}} = \frac{C_V}{C_T} \Leftrightarrow C_V = C_T$$

En remplaçant dans (3) :

$$2000 = C_V^2 + C_V^2 \Leftrightarrow C_V^2 = 1000 \Leftrightarrow \boxed{C_V = C_T = 1000^{\frac{1}{2}}}$$

De même, on a : $\boxed{Q_V = Q_T = 1000^{\frac{1}{2}}}$

4) Représentation graphique de cet équilibre :



Réservé à la correction

5) Quantités de travail utilisées à l'équilibre :

On a : $L_v = Q_v^2 \Leftrightarrow \boxed{L_v = 1000}$

$L_t = Q_t^2 \Leftrightarrow \boxed{L_t = 1000}$

Vérification : On a bien : $L_v + L_t = 2000$

6) Rapport des prix des deux biens à l'équilibre :

A l'équilibre, le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix :

$$TMS_{v/t}(C_t; C_v) = \frac{p_t}{p_v} \Leftrightarrow \frac{\frac{\partial U(C_t;C_v)}{\partial C_t}}{\frac{\partial U(C_t;C_v)}{\partial C_v}} = \frac{p_t}{p_v}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2C_t^{0,5}}}{\frac{1}{2C_v^{0,5}}} = \frac{p_t}{p_v} \Leftrightarrow \frac{C_v^{0,5}}{C_t^{0,5}} = \frac{p_t}{p_v}$$

En remplaçant par les valeurs :

$$\left(\frac{1000^{0,5}}{1000^{0,5}}\right)^{0,5} = \frac{p_t}{p_v}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{p_t}{p_v} = 1}$$

7) Utilité des consommateurs à l'équilibre :

On a : $U(C_v; C_t) = C_t^{0,5} C_v^{0,5}$

En remplaçant par les valeurs :

$U = (1000^{0,5} \times 1000^{0,5})^{0,5}$

$$\Leftrightarrow \boxed{U = 1000^{0,5}}$$

Réservé à la correction

Partie 3 :

1) Cas d'une firme en particulier :

1)1) Quantité de bibelots produite par l'entreprise :

À l'optimum, la firme égalise son coût marginal au prix :

$p = Cm(q) \Leftrightarrow p = 4q \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}p$

Or on a $p = 20$ €, d'où : $\boxed{q = 5}$

1)2) Niveau de production socialement optimal :

Une nouvelle fois, on égalise prix et coût marginal (social ici) :

$20 = 5q \Leftrightarrow \boxed{q = 4}$

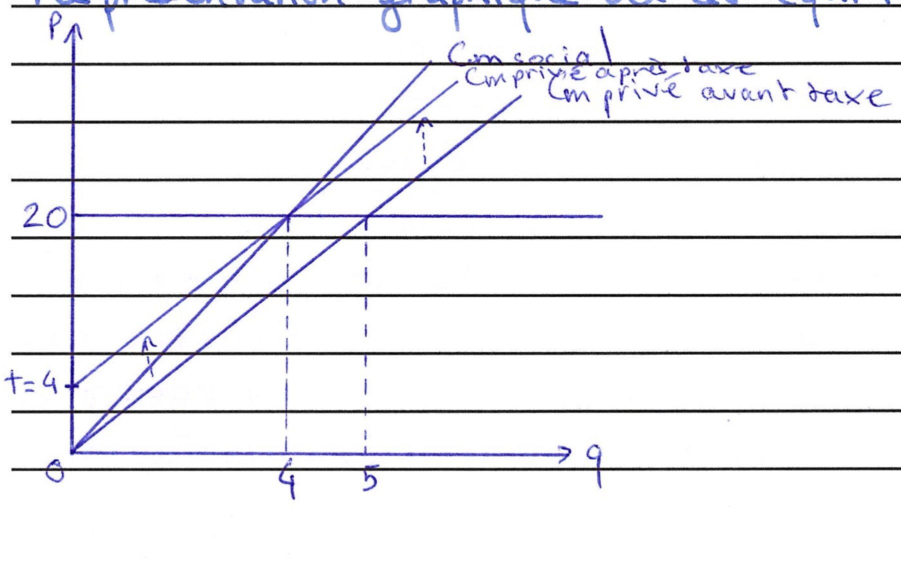
1)3) Taxe unitaire pour atteindre l'optimum :

En présence d'une taxe unitaire t, le coût marginal de la firme devient : $Cm(q) = 4q + t$. Ainsi, si on l'égalise au prix de marché :

$20 = 4q + t \Leftrightarrow 4q = 20 - t \Leftrightarrow q = 5 - \frac{1}{4}t$

Or on veut avoir $q = 4$, d'où : $4 = 5 - \frac{1}{4}t \Leftrightarrow \frac{1}{4}t = 1 \Leftrightarrow \boxed{t = 4}$

Représentation graphique de cet équilibre :



Réservé à la correction

2) Industrie pétrolière d'un pays :

2)1) Expression de la quantité de pétrole produite par chaque puits :

N puits produisent une quantité : $Q = 500N - N^2$

Ainsi, un puit unique produit une quantité :
$q = \frac{Q}{N} \Leftrightarrow q = \frac{500N - N^2}{N}$

$\Leftrightarrow \boxed{q = 500 - N}$ (pour $N \leq 500$)

2)2) Équilibre du marché :

Le profit de chaque firme se note :
$\pi(N) = p \cdot q(N) - CF$
$= 10(500 - N) - 1000$
$= 4000 - 10N$

À l'équilibre de long terme, des firmes entrent sur le marché tant que leurs profits sont positifs. Ainsi, le nombre de firmes (et donc de puits) à l'équilibre est donné par l'équation suivante :
$4000 - 10N \geq 0 \Leftrightarrow N \leq 400 \rightarrow \boxed{N = 400}$

Ainsi, il y aura 400 puits. Par conséquent, la production totale sera de :
$Q = 500 \times 400 - 400 \times 400 \Leftrightarrow Q = 400 \times 100$
$\Leftrightarrow \boxed{Q = 40000}$

2)3) Divergence entre coût privé et social du pétrole :

La production (ainsi que la consommation) de pétrole est très polluante, ce qui constitue une externalité négative. Ainsi, il existe une divergence entre coût privé et social du pétrole : le coût social est plus élevé.

0,5

Réservé à
la correction

2)4) Nationalisation de l'industrie:

Le gouvernement aura pour objectif de maximiser le surplus social. Si l'on note E l'externalité négative qui émane d'un puits, alors le surplus de chaque puits devient:

$\Pi = 4000 - 10N - E$

Ainsi, l'État va choisir une quantité de puits N qui permet de couvrir le coût social:

$4000 - 10N - E \geq 0 \Leftrightarrow N \leq 400 - \frac{E}{10} \rightarrow \boxed{N = 400 - \frac{E}{10}}$

Ainsi, le nombre de puits que l'État devra mettre en route dépend de l'externalité négative que dégagent ces puits.

2)5) Instauration d'une licence payante par puits:

raisonne en coût privé

Soit T le montant de cette licence. Le profit d'une firme se note:

$\Pi = 4000 - 10N - T$

À l'équilibre de long terme, le nombre de firmes (et donc de puits) sur le marché sera de:

$4000 - 10N - T \geq 0 \Leftrightarrow N \leq 400 - \frac{T}{10} \rightarrow N = 400 - \frac{T}{10}$

0/1

Alors, pour atteindre l'optimum, on devra avoir:

$400 - \frac{T}{10} = 400 - \frac{E}{10} \Leftrightarrow \boxed{T = E}$

À ce niveau de prix de la licence, on atteindrait l'optimum.

CONCOURS PRÉMASTER

RAPPORT DE CORRECTION 2021 :

Epreuve d'ECONOMIE

Présentation de l'épreuve.
L'épreuve comportait trois exercices ce qui permet de juger les candidats sur différentes parties du programme de l'épreuve.
L'exercice 1 portait sur la fonction de production de l'entreprise. Il permettait d'évaluer la capacité des candidats à déterminer si une situation est optimale ou non et déterminer l'allocation optimale.
L'exercice 2 permet d'évaluer la capacité des candidats à caractériser la courbe de transformation, le taux marginal de substitution, l'équilibre général de l'économie.
L'exercice 3 comportait deux parties, l'une basée sur l'expression du coût marginal d'une firme et sur le montant de la taxe unitaire pour atteindre l'optimum, la seconde sur la divergence entre coût privé et coût social dans l'industrie pétrolière et le prix d'une licence pour atteindre l'optimum.

Statistiques
Pour les 163 candidats ayant composé :

- La moyenne obtenue à cette épreuve est de 10,84 sur 20.
- L'écart-type est égal à 3,17.
- La médiane est égale à 10,5.
- 1,84% des candidats ont obtenu une note inférieure ou égale à 4.
- 57,05% des candidats ont entre 8 et 12
- 11,66% des candidats obtiennent une note supérieure ou égale à 15, et 1,84% supérieure ou égale à 18.

Remarques de correction, commentaires synthétiques
Bien que le sujet de cette année 2021 soit d'un niveau légèrement plus avancé que celui de 2020, les résultats restent quelque peu décevants. Cela est notamment dû à la partie 2, beaucoup moins bien exécutée que les parties 1 et 3.
Sur les éléments de compréhension microéconomique pure, la détermination de l'équilibre général de l'économie en intégrant les préférences des consommateurs reflétées par une fonction d'utilité est peu maîtrisée. Le correcteur a le sentiment qu'une partie des candidats s'est attachée à développer des éléments théoriques en déconnexion avec les attendus de l'exercice, sans chercher à répondre précisément à chaque question posée, ni même à en interpréter le résultat.
A plusieurs reprises, un résultat numérique concret était attendu. Or, beaucoup de copies présentent des démonstrations mathématiques plus ou moins maîtrisées n'aboutissant à aucun résultat empirique, et de fait, sans réelle cohérence avec les réponses attendues.
Par ailleurs et de manière générale, un certain nombre de questions des trois parties nécessitait un raisonnement simple. Une nouvelle fois, le correcteur a rapidement le sentiment que les

candidats avaient mis l'accent sur le développement d'éléments formalisés complexes, en convergeant ainsi vers une solution peu pertinente.
En outre, un nombre minoritaire, mais non négligeable, d'étudiants a peiné à résoudre quelques questions simples concernant par exemple le niveau optimal de production de deux offreurs dans une économie, l'allocation optimale d'un facteur de production et ses implications, ou encore la maximisation du profit d'un producteur sur un marché concurrentiel.
Enfin, le correcteur a également pu observer un nombre trop important d'erreurs algébriques élémentaires grossières et de confusions liées aux règles basiques de priorité mathématiques.

Conseils aux candidats

En premier lieu, il est conseillé aux futurs candidats de commencer par prendre connaissance de l'ensemble du sujet et notamment de chacun des exercices dans leur intégralité. Il faut s'assurer de comprendre les objectifs principaux de chaque exercice avant de se lancer dans le travail.
De plus, il est important de ne pas voir cette épreuve comme un pur enchaînement de calculs. Les calculs y sont, certes, nombreux (présents à chaque question) ce qui nécessite beaucoup de rigueur, mais il est parfois nécessaire de « lever le nez » pour s'assurer que le calcul auquel on vient d'aboutir fait sens et ne correspond pas à une situation économique aberrante. Cela est valable, par exemple, pour des questions portant sur une modification de la fiscalité et/ou une innovation. L'intuition donne souvent une idée de l'impact de ces modifications sur les prix ou les quantités et cela permet de repérer des erreurs de calcul flagrantes.
Par ailleurs, lorsqu'une interprétation est demandée, à la suite d'un calcul, il faut VRAIMENT fournir cette interprétation. Certains candidats peuvent avoir l'habitude de passer à la question suivante sitôt leur calcul terminé. Une simple interprétation, d'une phrase, permet de s'assurer que le résultat est maîtrisé.
Enfin, la gestion du temps est capitale pour ce type d'épreuves. Une appréciation d'ensemble du sujet et de la longueur des différents exercices peut permettre une meilleure répartition de ses efforts et de son temps.